



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

Iphondo leMpuma Kapa: Ishebe leMundo
Provinsie van die Oos Kaap: Departement van Onderwys
Porafensie Ya Kapa Botjahabela: Lefapha la Thuto

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2025

WISKUNDE V2

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 22 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat voorsien word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik het, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die ouderdomme (in jare) van besoekers wat 'n gastehuis (B&O) op 'n spesifieke dag besoek het, is soos volg aangeteken.

15	17	20	20	20	21	22	24
29	29	30	$11t$	$11t + 2$	36	38	55

- 1.1 Identifiseer die modus van die data. (1)
- 1.2 Dit word verder gegee dat die interkwartielvariasiewydte van die ouderdomme van die besoekers 14 is. Bereken die waarde van t . (3)
- 1.3 Bereken die gemiddelde ouderdom van die besoekers as $t = 3$. (2)
- 1.4 Bereken die standaardafwyking van die data. (1)
- 1.5 Hoeveel besoekers het ouderdomme wat minder as een standaardafwyking vanaf die gemiddelde is? (3)

[10]**VRAAG 2**

'n Atleet se eindtye en die daaglikse temperature was gemonitor gedurende 10 jaar se Comrades Marathons om die verwantskap tussen temperatuur en wedloop voltooi tyd te ondersoek. Die tabel hieronder toon die data van die 10 jaar.

Jaar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperature (grade Celsius) x	41	9	30	15	25	20	20	35	39	16
Eindtyd van atleet (in minute) y	72	30	66	29	45	43	41	66	68	31

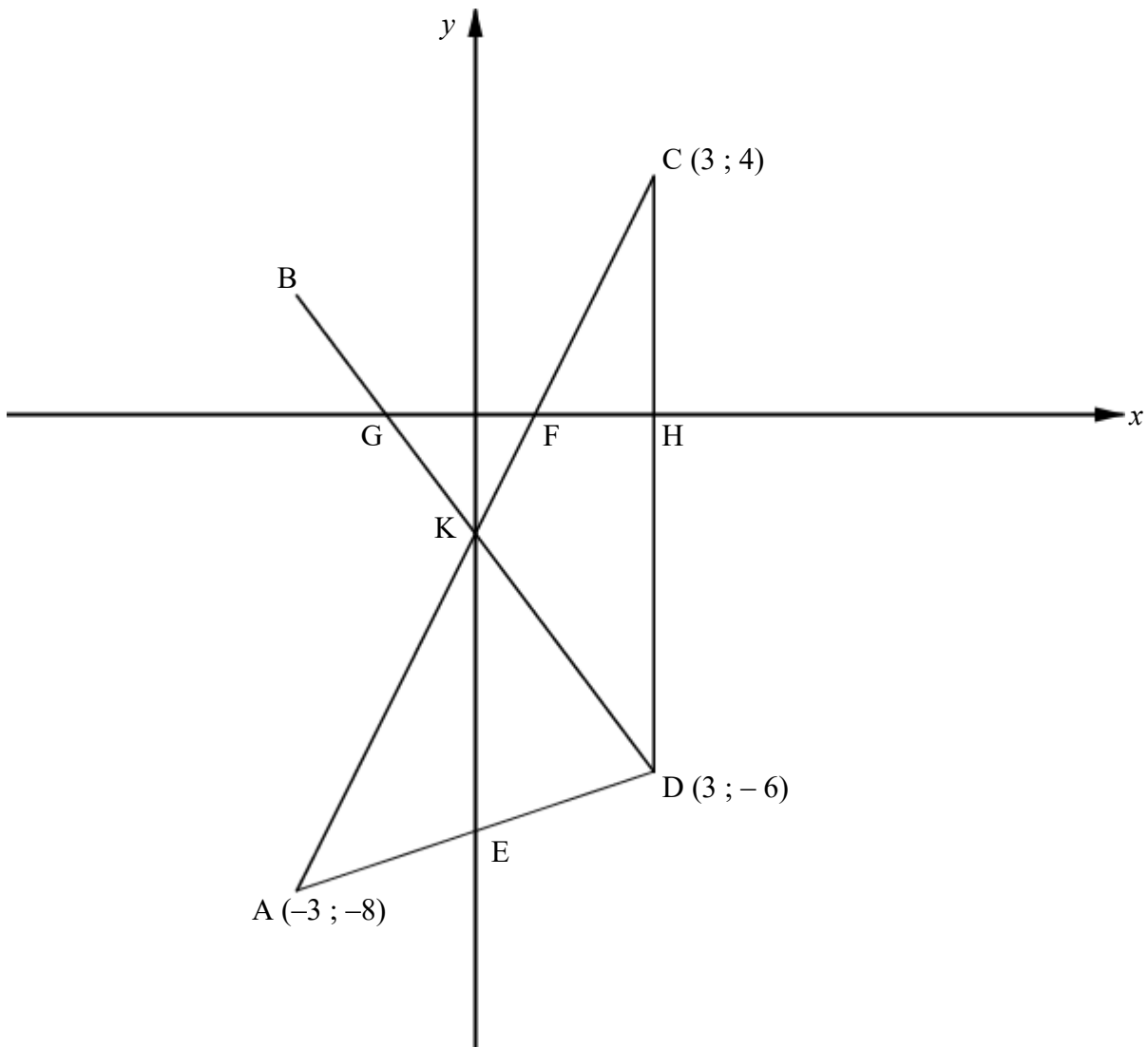
- 2.1 Bereken die korrelasiekoëffisiënt van die data. (1)
- 2.2 Lewer kommentaar op die sterkte van die verhouding tussen temperature en eindtye. (1)
- 2.3 Bereken die vergelyking van die kleinste-kwadrade regressielyn van die data. (3)
- 2.4 Gebruik die vergelyking van die kleinste-kwadrade regressielyn om die temperatuur te beraam as 'n atleet 57-minute geneem het om die wedloop te voltooi. Rond die antwoord tot die naaste heelgetal af. (2)
- 2.5 Teken die kleinste-kwadrade regressielyn op die rooster wat in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien is. (2)

[9]

VRAAG 3

$A(-3; -8)$, B , $C(3; 4)$ en $D(3; -6)$ is hoekpunte van 'n vierhoek. Hoeklyne BD en AC sny by K . E en K is y -afsnitte van AD en BD onderskeidelik. G , F en H is x -afsnitte van BD , CA en CD onderskeidelik.

Vergelyking van lyn BD word deur $y = -\frac{4}{3}x - 2$ gegee.



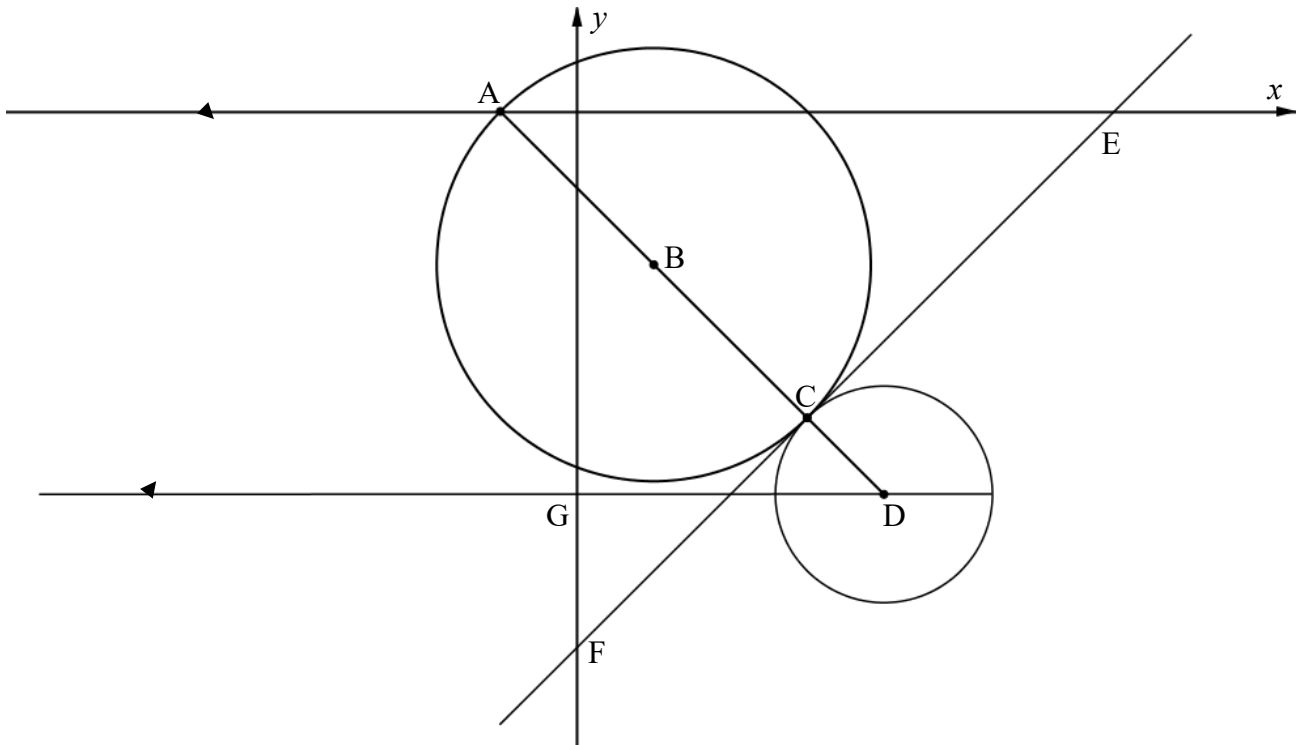
- 3.1 Bereken die lengte van AC . Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm. (2)
- 3.2 Bereken die gradiënt van AC . (2)
- 3.3 Bepaal die vergelyking van lyn AD in die vorm $y = \dots$ (3)
- 3.4 Bepaal die grootte van \hat{CKD} . (5)
- 3.5 As dit verder gegee word dat $AC = 2KC$, bepaal die oppervlakte van $\triangle CKD$. (5)

3.6 Skryf die vergelyking van CD neer. (1)

3.7 Bepaal die numeriese waarde van $\frac{\text{Oppervlakte van } \triangle CKD}{\text{Oppervlakte van } \triangle EKD}$. (5)
[23]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is, $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ die vergelyking van die groter sirkel met middelpunt B. Middellyn ABC van die groter sirkel is geteken en verleng na D. GD is die lyn ewewydig aan die x -as geteken en gaan deur D die middelpunt van die kleiner sirkel. FCE is 'n gemeenskaplike raaklyn aan beide sirkels by C en sny die x - en y -as by E en F onderskeidelik. Die vergelyking van lyn GD is $y = -5$. ABCD is 'n reguitlyn. $AE = 8$ eenhede.



- 4.1 Bepaal die koördinate van B, die middelpunt van die groter sirkel. (3)
- 4.2 Bepaal die koördinate van A, die x -afsnit van die groter sirkel. (3)
- 4.3 Bereken die gradiënt van AB. (2)
- 4.4 Bereken die lengte van CE. (4)
- 4.5 Bepaal die koördinate van D. (4)
- 4.6 Bepaal die vergelyking van sirkel met middelpunt D, in die vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ (3)

[19]

VRAAG 5

- 5.1 Gegee: $\tan \theta = -\frac{5}{4}$, waar $90^\circ < \theta < 270^\circ$. Met behulp van 'n skets en sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, bepaal die waarde van:

5.1.1 $\cos \theta$ (2)

5.1.2 $2\sin^2 \theta$ (2)

5.1.3 $\cos(90^\circ - 2\theta)$ (4)

5.2 Bewys dat: $\frac{3\cos 2x + 3\cos^2 x + 9\sin^2 x}{4 - 4\sin^2 x} = \frac{3}{2\cos^2 x}$ (4)

- 5.3 Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\frac{\cos x \cdot \cos(90^\circ - x) \sin(48^\circ - x) + \sin^2 x \cos(48^\circ - x)}{\sin(-x) \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 66^\circ}$$
 (7)

5.4 Gegee: $[\cos(60^\circ - x) + \cos(60^\circ + x)]^2$

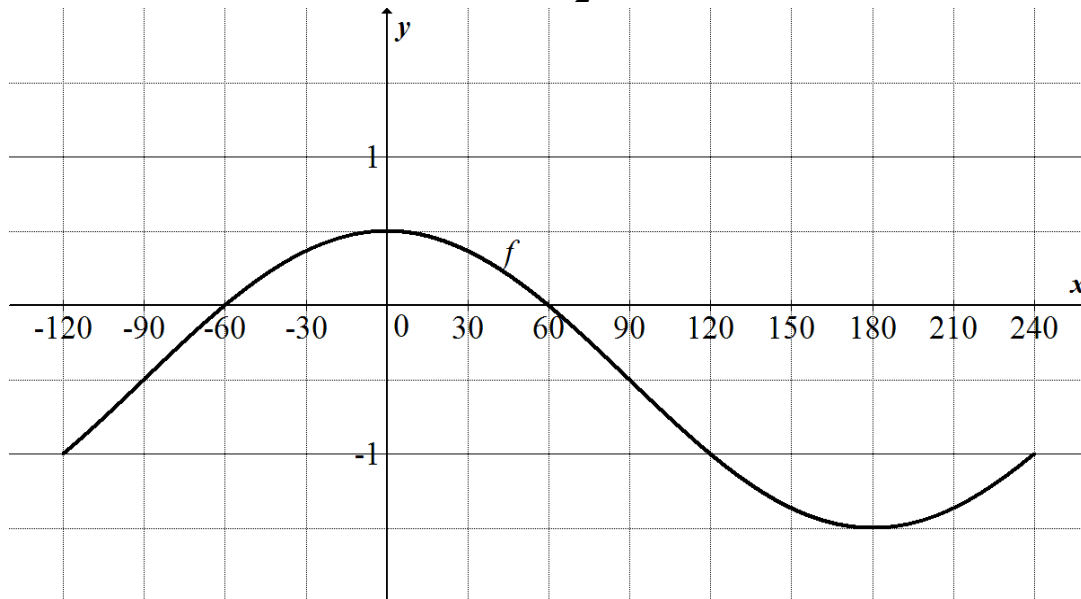
5.4.1 Vereenvoudig tot 'n enkele trigonometriese verhouding van x :
 $[\cos(60^\circ - x) + \cos(60^\circ + x)]^2$ (3)

5.4.2 Bepaal, vervolgens of andersins, die algemene oplossing van:
 $[\cos(60^\circ - x) + \cos(60^\circ + x)]^2 = \frac{3}{4}$ (4)

[26]

VRAAG 6

Geskets hieronder is die grafiek van $f(x) = \cos x - \frac{1}{2}$ in die interval van $x \in [-120^\circ; 240^\circ]$



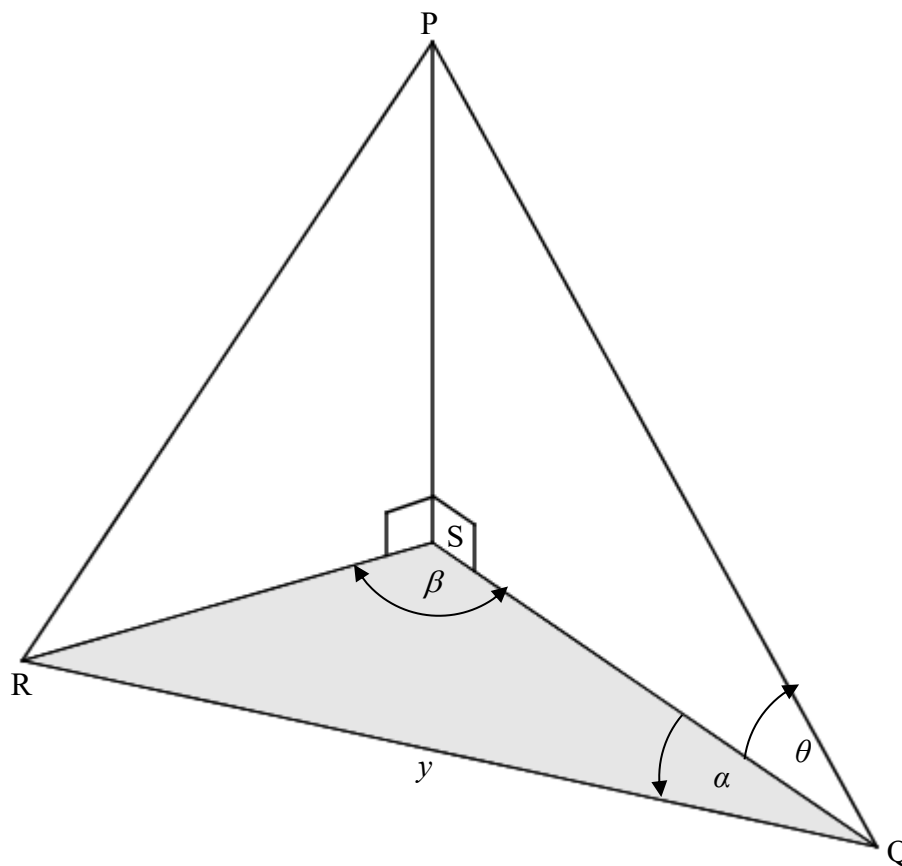
- 6.1 Bepaal die waardeversameling van $f(x)+1$ (2)
- 6.2 Op dieselfde assestelsel, skets die grafiek van $g(x) = \sin(x + 30^\circ)$ in die interval van $x \in [-120^\circ; 240^\circ]$ op die rooster wat in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK verskaf word. Toon duidelik afsnitte met die asse aan. (3)
- 6.3 Skryf neer die waarde(s) van x waar g 'n minimumwaarde het. (2)
- 6.4 Vir watter waardes van x is $f'(x) < 0$. (2)
- 6.5 Skryf die amplitude van f neer. (1)
- 6.6 Beskryf die transformasie van f na $h(x) = -\cos x$ (2)

[12]

VRAAG 7

In die diagram hieronder, is PS 'n vertikale toring wat op 'n horisontale vlak QRS staan.

$QR = y$, $\hat{Q}_1 = \alpha$, $\hat{Q}_2 = \theta$ en $\hat{QSR} = \beta$.



7.1 Skryf die grootte van \widehat{SRQ} in terme van β en α neer. (1)

7.2 Toon aan dat $PS = \frac{y \cdot \tan \theta \cdot \sin(\beta + \alpha)}{\sin \beta}$ (3)

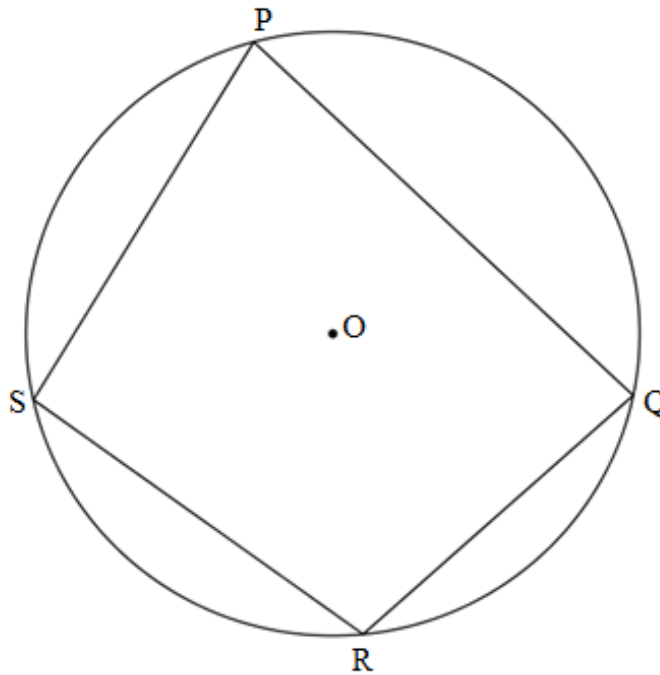
7.3 Bepaal, vervolgens of andersins, die lengte van PS as $y = 116\text{m}$,
 $\theta = 57^\circ$, $\beta = 102^\circ$ en $\alpha = 27^\circ$ (2)

7.4 Bepaal die hoogtehoek vanaf R na P. (4)

[10]

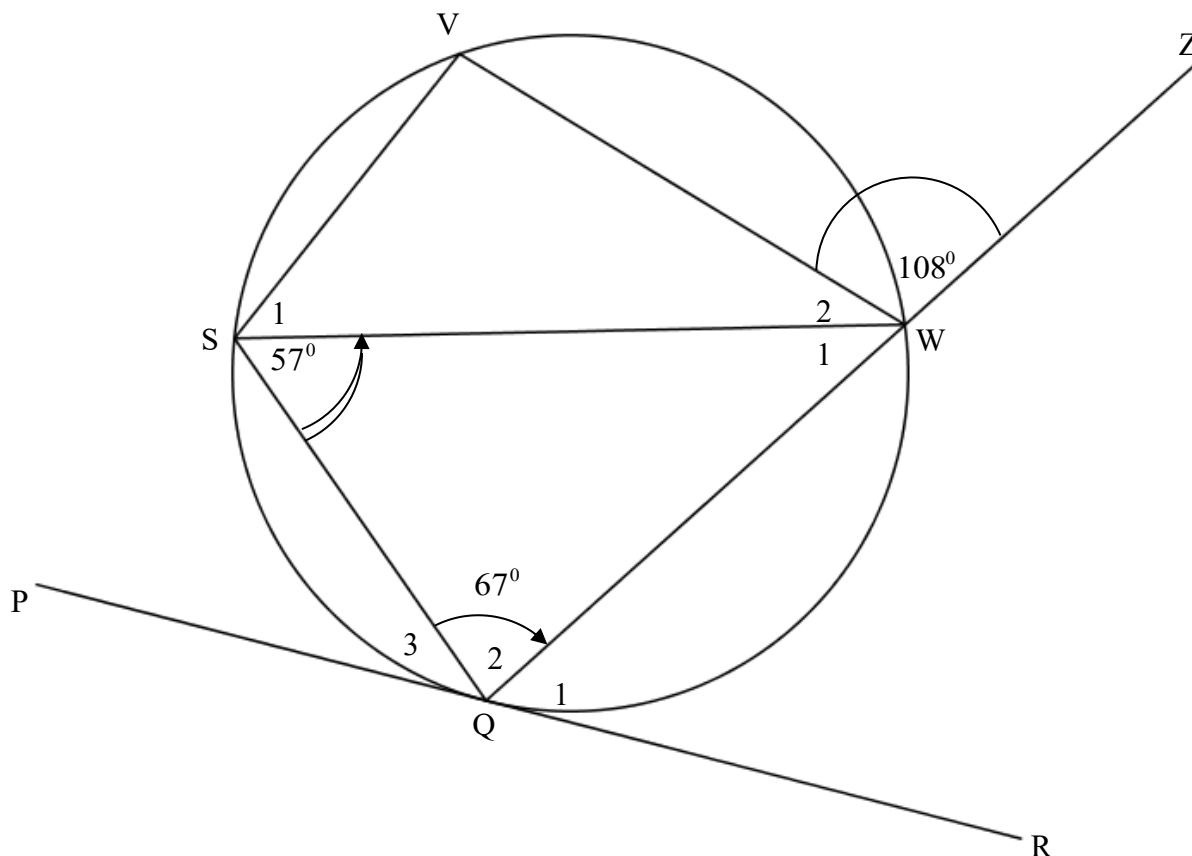
VRAAG 8

- 8.1 In die diagram hieronder, is O die middelpunt van die sirkel. Die sirkel gaan deur punte P, Q, R en S.



Gebruik die diagram in die ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys wat sê dat as PQRS 'n koordevierhoek is, dan is $\hat{P} + \hat{R} = 180^\circ$ (5)

- 8.2 PR is 'n raaklyn aan die sirkel by Q. QWZ is 'n reguitlyn. Q, S, V en W is punte op die omtrek van die sirkel. $\widehat{VWZ} = 108^\circ$, $\widehat{QSW} = 57^\circ$ en $\widehat{SQW} = 67^\circ$.

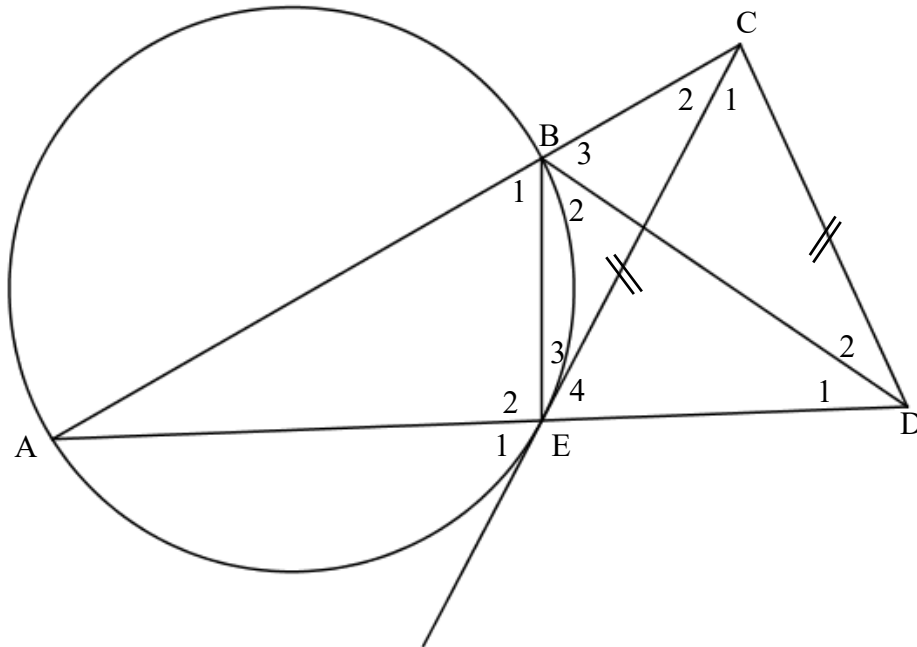


- 8.2.1 Bepaal die grootte van \widehat{V} (2)
- 8.2.2 Bepaal die grootte van \widehat{S}_1 (2)
- 8.2.3 Berekem die grootte van \widehat{WQR} (2)

[11]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is, A, B en E punte op die omtrek van die sirkel. AB is verleng om EC by C te ontmoet. AE is verleng om CD by D te ontmoet. EC is 'n raaklyn aan die sirkel by punt E. $CD = EC$



Bewys dat:

9.1 $BCDE$ 'n koordevierhoek is (5)

9.2 $\triangle CEB \parallel \triangle CAE$ (3)

9.3 $CD = \frac{EB \cdot AC}{AE}$ (2)

9.4 CD 'n raaklyn aan sirkel ABD is (3)

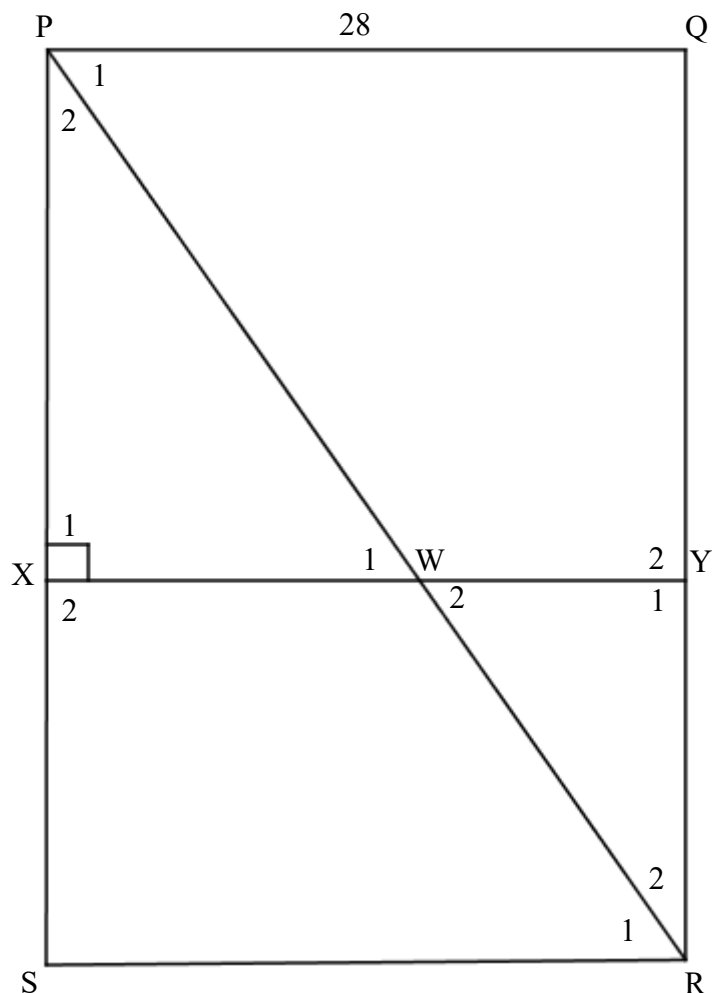
9.5 $\frac{EB^2}{AE^2} = \frac{BC}{AC}$ (6)

[19]

VRAAG 10

In die diagram hieronder is, PQRS 'n reghoek. PR sny XY by W. $XY \perp PS$.

$QY:YR = 4:3$. $PQ = 28$ eenhede en $PR = 42$ eenhede



10.1 Bewys dat $XY \parallel PQ$. (2)

10.2 Bepaal, met redes, die lengte van WR. (4)

10.3 Bepaal die lengte van XW. (5)
[11]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$F = \frac{x \left[(1 + i)^n - 1 \right]}{i}$$

$$P = \frac{x \left[1 - (1 + i)^{-n} \right]}{i}$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$